الفصل الثاني

تمثيل الأعداد في الحاسب

المحاضرة الرابعة

ملاحظة 1: إذا كان عدد ثنائي يتألف من m خانة وقيم خاناته كلها تساوي (1) تكون قيمته العشرية هي 2^m-1

المكافئ العشري 2^m-1							عدد الخانات
$2^2-1=3$					1	1	m=2
$2^3-1=7$				1	1	1	m=3
$2^4-1=15$			1	1	1	1	m=4
$2^5-1=31$		1	1	1	1	1	m=5
$2^6-1=63$	1	1	1	1	1	1	m=6

طرائق تمثيل الأعداد في الحاسب الآلي

سوف نتناول ثلاث طرق لتمثيل الأعداد داخل الحاسب وهي:

- تمثيل الاعداد الصحيحة الموجبة **(دون إشارة)**
- تمثيل الاعداد الصحيحة الموجبة والسالبة **(ذات الإشارة)**
- تمثيل الأعداد الحقيقية الموجبة والسالبة

الطريقة الأولى

تمثيل الاعداد الصحيحة دون إشارة (الموجبة)

1- تمثيل الأعداد الصحيحة دون الإشارة

0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

- ليكن لدينا **2 بت** في النظام الثنائي فإننا نستطيع أن نخزن في هاتين الخانتين واحد من 4 أعداد مختلفة هي (00,01,10,11) ويكون أكبرها هو $(11)_2$ أي $(3)_{10}$ ويساوي 2^2-1 وأصغرها (00).
- أما إذا كان لدينا **3 بت** فنلاحظ من الشكل المقابل بإمكاننا تخزين قيمة واحدة من 8 أعداد مختلفة في 3 بت ويكون أكبرها $(111)_2$ أي $(7)_{10}$ ويساوي 2^3-1 وأصغرها هو $(000)_2$.

2 Bits = 4 States

00 01 10 11

3 Bits = 8 States

000 001 010 011

100 101 110 111

مثال 1

باستخدام 4 خانات يسمح النظام الثنائي بتمثيل 2^4 =16 عدد عشري

صحيح محصورة بين 0=(0000) و (1111)= $2^4-1=15$

	عدد الخانات m=4			
أصغر قيمة 0	0	0	0	0
أكبر قيمة $2^4-1=15$	1	1	1	1
عدد القيم = $2^4=16$				

مثال 2

باستخدام 6 خانات يسمح النظام الثنائي بتمثيل 2^6 عدد صحيح محصورة

بين $0=(000000)$ و $2^6-1=63$ $=(111111)$

	عدد الخانات m=6					
أصغر قيمة 0	0	0	0	0	0	0
أكبرقيمة 63 $=2^6-1$	1	1	1	1	1	1
عدد القيم $=2^6=64$						

مثال 3

باستخدام 8 في النظام الثنائي يسمح بتمثيل 256= 2^8 عدد صحيحي

بالنظام العشري والمحصورة بين 0=(00000000) و

(11111111)= 2^8-1=255

	عدد الخانات m= 8							
أصغر قيمة 0	0	0	0	0	0	0	0	0
أكبرقيمة 255 =2^8-1	1	1	1	1	1	1	1	1
عدد القيم =256=2^8								

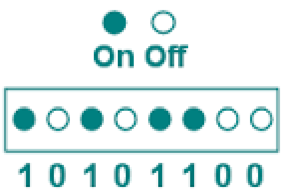
نظرية 1

باستخدام *m* خانة (خلايا الكترونية داخل الحاسب) يسمح النظام الثنائي بتمثيل 2^m عدد صحيح بالنظام العشري والتي تكون محصورة بين 0 و 2^m-1.

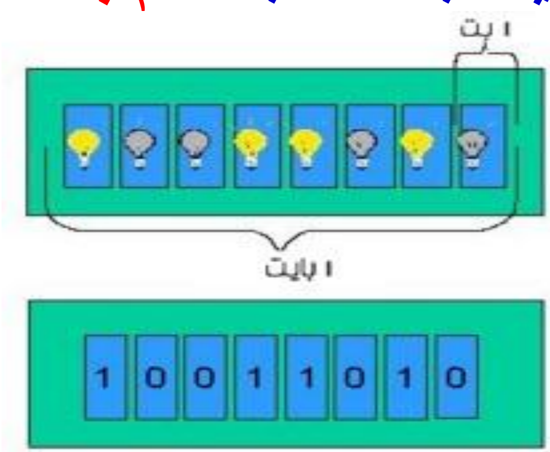
- عدد القيم هو 2^m
- أصغر قيمة هي 0
- وأكبر قيمة هي 2^m-1

سوف نحاول معرفة ما يلي :

- اذا كان لدينا مساحة للتخزين في ذاكرة الحاسب تتمثل بعدد الخلايا الإلكترونية (عدد البتات) و يكون **المطلوب حساب كم قيمة عشرية مختلفة نستطيع تخزينها فيها وماهي أكبر قيمة وما هي أصغر قيمة.**



- اذا كان لدينا عدد عشري صحيح ونريد تخزينه بالحاسب، **كم بت نحتاج من ذاكرة الحاسب لتخزين هذا العدد.**



مثال 1

كم قيمة عشرية صحيحة مختلفة نستطيع أن نخزن في 4 بت في النظام الثنائي و ما هي أكبر قيمة واصغر قيمة؟

4 Bits = 16 Combinations

0000	1000	1001	1110
0001	0011	0101	1101
0010	0110	1010	1011
0100	1100	0111	1111

عدد الخانات m=4				
0	0	0	0	أصغر قيمة 0
1	1	1	1	أكبر قيمة $2^4-1=15$
				عدد القيم $=2^4=16$

مثال 2

كم خانة ثنائية (بت داخل الحاسب)نحتاج لتخزين أعداد تتراوح قيمها بين 0 و 192؟

الحل: بفرض اننا نحتاج m خانة فأن أكبر قيمة يمكن تخزينه فيها هي أن تكون قيم هذه الخانات كلها (1) والتي تكافئ عشرياً (2^m-1) حسب النظرية السابقة.

وبالتالي حتى نستطيع تخزين القيمة العشرية بعدد الخانات m يجب ان تتحقق المتراجحة.

$$2^m - 1 \geq \text{القيمة}$$

$$2^m - 1 \geq 192 \Rightarrow 2^m \geq 193$$

هنا نريد ان نحسب أصغر قيمة لـ m التي تحقق المتراجحة السابقة.

وبما أن 2^7 تساوي 128 فهي غير كافية لتمثيل 193 عدداً ولأن 2^8 تساوي 256 فهي كافية لتمثيل 193 عدداً لهذا نحتاج إلى m=8 خانات ثنائية لتمثيل الأعداد ما بين 0 و192.

مثال 3

مثل العدد $(18)_{10}$ في الحاسب باستخدام 2 بايت.

نحول العدد العشري إلى ثنائي، ثم نضع العدد الثنائي الناتج في الخانات بدءاً من أقصى اليمين.

$$(10010)_2=(18)_{10}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

لاحظ أننا أكملنا الخانات المتبقية على يسار العدد أصفاراً.

الطريقة الثانية

تمثيل الأعداد الصحيحة ذات الإشارة (الأعداد الموجبة والسالبة)

تمثيل الأعداد الصحيحة ذات الإشارة

- هناك عدة طرق لتمثيل الأعداد ذات الإشارة داخل الحاسب أهمها:
- طريقة الإشارة والقيمة

طريقة الإشارة والقيمة

- في هذه الطريقة تحجز الخانة الأخيرة (في أقصى اليسار) للإشارة، وتكون القيمة (**0**) للإشارة الموجبة، والقيمة (**1**) للإشارة السالبة، أما باقي الخانات تستعمل لتمثيل القيمة المطلقة للعدد.

مثال 1

باستخدام 4 خانات يسمح النظام الثنائي طريقة الإشارة والقيمة بتمثيل

الأعداد العشرية الصحيحة المحصورة بين -7 و +7

عدد الخانات m=4				
الإشارة				المكافئ العشري
+ 0	1	1	1	$+2^{m-1}-1=+7$
- 1	1	1	1	$-2^{m-1}+1=-7$

$-2^{m-1}+1=-7$

$+2^{m-1}-1=+7$

مثال 2

باستخدام 8 خانات يسمح النظام الثنائي طريقة الإشارة والقيمة بتمثيل

الأعداد العشرية الصحيحة المحصورة بين -127 و +127

$+2^{m-1}-1= +127$

$-2^{m-1}+1= -127$

عدد الخانات m=8								
الإشارة								المكافئ العشري
+ 0	1	1	1	1	1	1	1	+127
- 1	1	1	1	1	1	1	1	-127

طريقة الإشارة والقيمة

نظرية :

- باستخدام m خانة يسمح النظام الثنائي طريقة الإشارة والقيمة بتمثيل

الأعداد العشرية الصحيحة المحصورة بين $-2^{m-1}+1$ و $+2^{m-1}-1$

- اكبر قيمة هي $+2^{m-1}-1$

- اصغر قيمة هي $-2^{m-1}+1$

مثال 3

مثل العدد (-18) في الحاسب باستخدام 2 بايت بطريقة الاشارة والقيمة.

نضع 1 في أقصى اليسار، لأن الإشارة سالبة، ونضع ناتج تحويل الثنائي في يمين الخانات ، ونكمل الخانات المتبقية أصفاراً .

$(18)_{10}=(10010)_2$ كما في المثال السابق

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

مثال 4

مثل العدد (+25) في الحاسب باستخدام 1 بايت.

نضع 0 في أقصى اليسار لأن إشارة العدد موجبة ، ثم نجد المكافئ الثنائي للعدد .

$(11001)_2=(25)_{10}$

0	0	0	1	1	0	0	1

الطريقة الثالثة

تمثيل الأعداد الحقيقية (الموجبة و السالبة)

تمثيل الأعداد الحقيقية

- **في النظام العشري:** إن أي عدد يمكن كتابته بشكل عدد كسري مضروباً في 10^n حيث n عدد صحيح. فمثلاً العدد 1250 يكتب على الشكل $1.25*10^3$ والصيغة $3.76*10^6$ تمثل العدد 3760000.

تمثيل الأعداد الحقيقية

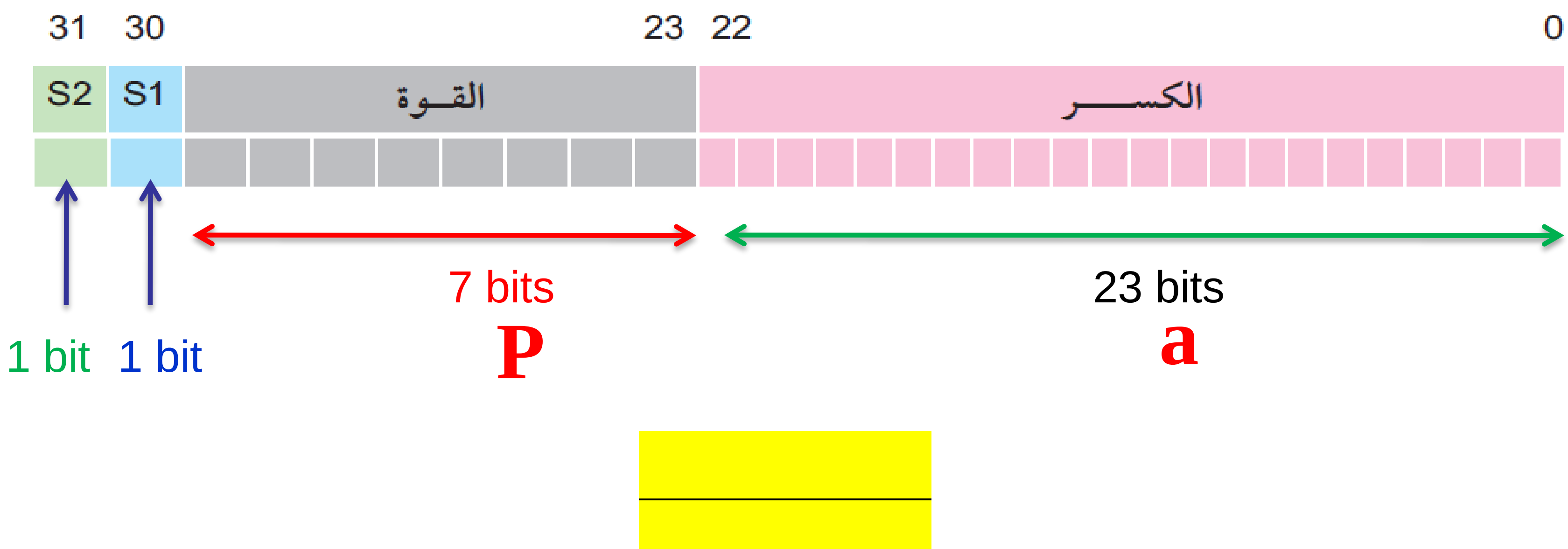
- **في النظام الثنائي:** نتبع طريقة مشابهة لتمثيل الأعداد الحقيقية في الحاسب باستخدام النظام الثنائي. فمثلاً العدد 1011 يكتب على الشكل $1.011*2^3$
- لذلك أي عدد ثنائي حقيقي يمكن كتابته بالشكل $1.a \times 2^p$

فمثلاً العدد 0101.011 يمكن كتابته $1.01011x2^2$

و العدد 0.0010110 يمكن كتابته $1.0110\ x2^{-3}$

تمثيل الأعداد الحقيقية

- يمكن تمثيل الأعداد الحقيقية داخل الحاسب باستخدام 32 بت كما في الشكل الأتي.



لتمثيل العدد يخصص للكسر 23 بت ويخصص للقوة 7 بت وتخصص للإشارة

خانتان إحداهما للقوة (S1) والأخرى (S2) تخصص لإشارة العدد.

تمثيل الأعداد الحقيقية

لذلك يجب أن تكون صيغة العدد الحقيقي الثنائي قبل تمثيله في الحاسب على الشكل التالي

$$1.a \times 2^{p}$$

31	30	23	22 0
S2	S1	القــوة	الكســـــــر

لتمثيل العدد نضع في خانة الكسر a ونضع إشارة p في خانة الإشارة الأولى (S1) ثم نضع إشارة العدد (S2) مع ملاحظة وضع الرقم (0) ليدل على الإشارة الموجبة والرقم (1) ليدل على الإشارة السالبة.

مثال 1

- لتمثيل العدد $1.101\times 2^{3} = (1101)_{2} = (13)_{10}$

وسيكون تمثيله 00000011 1010000 00000000 00000000

والرقم 13- يكون تمثيله 10000011 1010000 00000000 00000000

مثال 2

مثل العدد الحقيقي $(-5.25)_{10}$

$1.0101 \times 2^{2} = (101.01)_2 = (5.25)_{10}$

1 10000010 0101000 00000000 00000000

مثال 3: مثل العدد الحقيقي $(+0.25)_{10}$

$1.0 \times 2^{-2} = (0.01)_2 = (0.25)_{10}$

0 1000010 0000000 00000000 00000000

نهاية المحاضرة

شكراً لإصغائكم